

Wymagania egzaminacyjne do egzaminu z matematyki

Wydział Informatyki i Telekomunikacji na rok akademicki 2024/25

1. Liczby rzeczywiste

- o przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);
- o oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- o posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;
- o oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- o wykorzystuje podstawowe własności potęg;
- o wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- o posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- o wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).
- o wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $|x - a| = b$, $|x - a| < b$, $|x - a| \geq b$
- o stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.

2. Wyrażenia algebraiczne

- o używa wzorów skróconego mnożenia na $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ oraz $a^2 - b^2$
- o używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$;
- o dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$;
- o rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias;
- o dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany;
- o wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych;
- o dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne.

3. Równania i nierówności

- o sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- o wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- o rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą;
- o rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
- o rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;

- o korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;
- o rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x + 1}{x + 3} = 2$, $\frac{x + 1}{x} = 2x$
- o stosuje wzory Viète'a;
- o rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem;
- o rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych;
- o stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$;
- o stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych; rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe;
- o rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: $\frac{x + 1}{x + 3} > 2$,
 $\frac{x + 3}{x^2 - 16} < \frac{2x}{x^2 - 4x}$, $\frac{3x - 2}{4x - 7} \leq \frac{1 - 3x}{5 - 4x}$
- o rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: $||x + 1| - 2| = 3$,
 $|x + 3| + |x - 5| > 12$

4. Funkcje

- o określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;
- o oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;
- o odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);
- o na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- o rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- o wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- o interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- o szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- o wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- o interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- o wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).
- o na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = |f(x)|$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$;

- o szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.

5. Ciągi

- o wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- o bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- o stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- o stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
- o oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$, $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów;
- o rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy;

6. Trygonometria

- o wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180° ;
- o oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną);
- o stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \text{ oraz } \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$
- o znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.
- o stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
- o wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);
- o wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
- o posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych;
- o stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów;
- o rozwiązuje równania trygonometryczne typu $\sin 2x = 1/2$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$.

7. Planimetria

- o stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;
- o korzysta z własności stycznej do okręgu;
- o rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów;
- o korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.
- o stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;
- o stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;
- o rozpoznaje figury podobne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;

- znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów
8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej
- wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
 - bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
 - wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;
 - oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;
 - wyznacza współrzędne środka odcinka;
 - oblicza odległość dwóch punktów;
 - znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.
 - oblicza odległość punktu od prostej;
 - posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności;
 - wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;
 - oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach;
 - stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.
9. Stereometria
- rozpoznaje w graniastostupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;
 - rozpoznaje w graniastostupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;
 - stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastostupów;
 - określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastostupa płaszczyzną.
10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka
- zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;
 - oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.
 - wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych;
 - oblicza prawdopodobieństwo warunkowe;
 - korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.
11. Rachunek różniczkowy

- oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych;
- oblicza pochodne funkcji wymiernych;
- korzysta z geometrycznej interpretacji pochodnej;
- korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;
- znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;
- stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.